## 補足１

p2mgのパターンは映進面と鏡面の組み合わせですから、p2mmとp2ggから類推が付くように、補足図１のようになります。2回軸が現れる理由ももう簡単に理解できるでしょう。

このパターンについては図だけで詳しい説明を省きます。皆さんで考えて下さい。この図でも2回軸は短い平行な2本の線で示されています。ｘ方向に映進面が走り、ｙ方向に鏡面があります。

## 補足２

p4gmはp2gmの場合と同じで、鏡面の代わりに映進面があります。補足図２にそのパターンを示します。この場合は対称が若干分かり難いので説明を加えることにします。一つの4回軸（４枚羽の風車の記号で示してあります）の回りで、A00からD00のト音記号が4回対称で関係付けられます。ｘ（水平）方向に走る映進面g1（点線）でA00はβ00、A10、β10、A20、β20…と反復配列していきます。B00もこの映進面でγ00、B10、γ10…と反復していきます。同じ映進面でC00とD00はδ00とα00に映ります。４回軸の要請で、ｙ方向に走る映進面g2が存在し、A00、δ00、A01、δ01…のように反復されます。A00からD00までの一組と対応するα00からδ00までの一組は鏡像の関係にあり、対角方向に走る鏡面m1があります。４回対称により、この鏡面に垂直な鏡面m2が生じます。鏡面の交点には２回軸が存在します。２回軸の一つで、A00、B00、C00そしてD00の各ト音記号はC01、D01、A01そしてB01の各ト音記号に移ります。このように４回対称には２回対称が必ず含まれます。この平面上に反復されるどのト音記号もこれらの対称操作のどれかで必ず関係付けられることはもちろんです。単位胞を右上に実線で示しました。この場合も正方形格子を取ります。単位胞には８個のト音記号が含まれます。ちぎれたト音記号が８個単位胞に掛かっていますが、単位胞の内側に入って来るのは正確に４個分です。このように取った単位胞には、４回軸が５本、２回軸が４本、鏡面が４枚、そして映進面が４枚含まれます。

## 補足３

p3m1と似ているp31mというパターンを補足図３に示します。このパターンではｘおよびｙ軸に対して垂直になるような鏡面はありません。ｘ軸そしてｙ軸方向、そして対角方向に走るm1、m2そしてm3の鏡面があります。さらにｘおよびｙ軸に平行な映進面g1およびg2、そしてそれらを120°回転して得られる映進面g3が存在します。単位胞は右上で太い実線で囲んだところになり、その中に6個のト音記号が含まれます。この単位胞の形は、p3やp3m1のように、二つの正三角形が一つの辺を共有した菱形ですが、六角形格子を取ることもできます。

## 補足４

壁紙パターンの中で一番複雑なのは、補足図４に示すp6mmです。6回回転軸が並進するp6で出現した新たな3回回転軸そして2回回転軸の位置と数は変わりません。さらにa軸そしてb軸に対して垂直な鏡面が加わります。その結果、aおよびb軸に垂直および平行な映進面が新たに生じます。単位胞は太い実線で囲んだ部分であり、12個のト音記号が含まれます。単位胞は菱形ですが、６回回転対称軸を中心とする六角形の単位胞も考えることは可能です。このパターンは正に万華鏡の様相を示しています。

## 補足５

C2mmはCmに2回対称軸を加えてもので、そのパターンを補足図5に示します。このパターンはかなり複雑になります。まずA00が有心操作でAc00に移ります。また2回軸により、A200に移り、さらにA200は有心操作でA2C00に移ります。A00はm1にある鏡面でB00に映りますが、それに有心と2回回転操作をすると、BC00、B200そしてB2Cが得られます。従って、パターンの繰り返しの基本単位には8個のト音記号が含まれることになります。単位胞の取り方の例を右下の長方形で示しました。その上に単純格子（菱形）で取った単位胞も示しました。これまでの例を理解して来れば、新たにどのように対称操作が生じるかを予測することはそれほど難しくありません。図に示したように、a方向に平行にm2の鏡面が生じると共に、b方向にも半周期毎に鏡面ができます。さらに、当初考えていなかった映進面もa軸そしてb軸方向に半周期毎に出現します。例えば、A00とB2C00そしてB00とA2C00等の関係は映進面g2で関係付けられますし、A00とBC00そしてB00とAC00などの関係は映進面g1で関係付けられます。また2回回転軸は全ての鏡面と映進面の交点に生じます。従って、C2mmはC2mg、C2gm、あるいはC2ggと表現しても良いのですが、単に鏡面を映進面より優先するという表記法に従って、C2mmとなっています。また、これまでの話から分かるように、仮にCmmとしても対称操作の内容は全く変わりありません。これも、出現する一番高次の回転対称を記号に示すという規則に従っているだけです。C2mmの対称に出現する対称は並進、有心、2回対称、鏡面、そして映進面です。C2mmの対称の小宇宙を作っています。

## 補足６

空間群*C*2は単斜晶系で、C底心格子を持ち、ｂ軸方向に２回対称軸を持ちます。その模式図を補足図10に示します。2回回転軸を原点に置くと、単位胞に９箇所2回対称軸が生じることは既に空間群*P*2で見た通りです。(1)は単位胞中心にある２回回転軸で(2)に関係付けられます。*C*底心はab面において、半格子分の並進(x+1/2, y+1/2)ですから、(1)に*C*底心の操作をすると、(3)に移ります。◯1/2+の1/2+は紙面手前方向に向かうb軸方向に1/2格子分だけ並進していることを示します。単なる並進ですから◯のままです。(2)に対して同様に*C*底心の操作をすると、(4)になります。すなわち空間群*C*2では単位胞中に４個の◯が存在することになります。非対称単位が４つあることになります。またこの場合も、空間群の記号には含まれていなかった対称が生じます。(1)と(4)そして(2)と(3)の関係を調べると、それらの中点に21らせん軸ができていることが分かります。これは、２回対称と*C*底心が組み合わされた結果です。空間群*C*2には、２回対称、21らせん対称、*C*底心、そして並進が対称要素として存在します。補足図11に化学構造式を示した分子はエヴァロース（正確にはメチル－α－L－エヴァロピラノシド）という糖の一種です。その結晶は空間群*C*2になり、その結晶構造を補足図12に示します。a軸（縦）とc軸方向に２格子ずつ表示していますが、*C*2の対称は理解できると思います。

## 補足７

3回回反対称の模式を補足図14に示します。(1)を円の中心に対して120°回転すると(5)の位置に行きます。これを円の中心で反転すると、(2)になります。(1)が紙面の上にあり、高さの座標が＋であれば、(2)は紙面の下に行きますので、その座標は－になります。また(2)は反転しますので、(1)を右手◯とすると(2)は左手になりますから、になります。３回回反操作で(2)は(6)を経由して(3)になります。このような操作を行い、この図の６個の点は回反操作で関係付けられ、(6)は(4)を経由して(1)に戻ります。